11 Groeiprocessen

11.1 Evenredig en omgekeerd evenredig

bladzijde 70

1 **a** Bij I wordt y vier keer zo klein.
Bij II wordt y vier keer zo groot.
b Bij situatie II is sprake van evenredige grootheden.

bladzijde 71

2 **a** recht evenredig
b omgekeerd eenredig
c omgekeerd evenredig
d recht evenredig

3 **a** W is evenredig met S,

$$\left.\begin{array}{l}\text{dus } W = aS \\ \text{bij } S = 50 \text{ hoort } W = 5{,}6\end{array}\right\} \begin{array}{l} 5{,}6 = a \cdot 50 \\ a = \dfrac{5{,}6}{50} \\ a = 0{,}112 \end{array}$$

Dus $W = 0{,}112S$.
b $S = 80$ geeft $W = 0{,}112 \cdot 80 = 8{,}96$.
Ongeveer 9 cm.

4 **a** T is omgekeerd evenredig met d,

$$\left.\begin{array}{l}\text{dus } T \cdot d = a \\ \text{bij } d = 2{,}5 \text{ hoort } T = 1{,}6\end{array}\right\} \begin{array}{l} 1{,}6 \cdot 2{,}5 = a \\ 4 = a \end{array}$$

Dus $T \cdot d = 4$, ofwel $T = \dfrac{4}{d}$.
b $d = 4{,}835$ geeft $T = \dfrac{4}{4{,}835} \approx 0{,}8$
De temperatuur is 0,8 °C.
c $T = 1{,}4$ geeft $1{,}4d = 4$

$$d = \frac{4}{1{,}4} \approx 2{,}857$$

Op een diepte van 2857 m.

5 **a** p is omgekeerd evenredig met t,

$$\left.\begin{array}{l}\text{dus } p \cdot t = a \\ \text{bij } t = 3 \text{ hoort } p = 38\end{array}\right\} \begin{array}{l} 38 \cdot 3 = a \\ 114 = a \end{array}$$

Dus $p \cdot t = 114$, ofwel $p = \dfrac{114}{t}$.
b $t = 5{,}5$ geeft $p = \dfrac{114}{5{,}5} \approx 20{,}7$
Er is nog 20,7% van de olie aanwezig.
c Als 95% van de olie is verdwenen, is nog 5% aanwezig, dus $p = 5$.
$p = 5$ geeft $5 \cdot t = 114$, dus $t = \dfrac{114}{5} = 22{,}8$.
Het duurt bijna 23 jaar.

bladzijde 72

6 **a** H is omgekeerd evenredig met R,

$$\left.\begin{array}{l} \text{dus } H \cdot R = a \\ \text{bij } R = 15 \text{ hoort } H = 25{,}5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 25{,}5 \cdot 15 = a \\ 382{,}5 = a \end{array}$$

Dus $H \cdot R = 382{,}5$, ofwel $H = \dfrac{382{,}5}{R}$.

b $R = 12{,}5$ geeft $H = \dfrac{382{,}5}{12{,}5} = 30{,}6$

Dus de hoek is 30,6°.

c $$\left.\begin{array}{l} H = 90 - H^* \\ H = \dfrac{382{,}5}{R} \end{array}\right\} 90 - H^* = \dfrac{382{,}5}{R}$$

$$H^* = 90 - \frac{382{,}5}{R}$$

bladzijde 73

7 **a** $$\left.\begin{array}{l} y = ax^{1{,}8} \\ \text{voor } x = 6 \text{ is } y = 12 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 12 = a \cdot 6^{1{,}8} \\ \dfrac{12}{6^{1{,}8}} = a, \text{ dus } a \approx 0{,}48 \end{array}$$

De formule is $y = 0{,}48x^{1{,}8}$.

b $$\left.\begin{array}{l} y = \dfrac{a}{x^2} \\ \text{voor } x = 6 \text{ is } y = 12 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 12 = \dfrac{a}{6^2} \\ a = 12 \cdot 6^2 \\ a = 432 \end{array}$$

De formule is $y = \dfrac{432}{x^2}$.

c $$\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{a}{t^2} \\ \text{voor } t = 0{,}3 \text{ is } P = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10 = \dfrac{a}{0{,}3^2} \\ a = 10 \cdot 0{,}3^2 \\ a = 0{,}9 \end{array}$$

De formule is $P = \dfrac{0{,}9}{t^2}$.

8 **a** $$\left.\begin{array}{l} A = av^2 \\ \text{bij } v = 40 \text{ hoort } A = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10 = a \cdot 40^2 \\ \dfrac{10}{40^2} = a, \text{ dus } a = 0{,}00625 \end{array}$$

De formule is $A = 0{,}00625v^2$.

b $v = 70$ geeft $A = 0{,}00625 \cdot 70^2 \approx 30{,}6$

De remafstand is 30,6 m.

c Als v verdubbelt dan wordt v^2 vier keer zo groot, dus de remafstand wordt vier keer zo groot.

d $A = 30$ geeft $30 = 0{,}00625v^2$

$$v^2 = \frac{30}{0{,}00625}$$

$$v^2 = 4800, \text{ dus } v = \sqrt{4800} \approx 69$$

Zijn snelheid was 69 km per uur.

9 **a** $$\left.\begin{array}{l} L = \dfrac{a}{d^2} \\ \text{voor } d = 4 \text{ is } L = 50 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 50 = \dfrac{a}{4^2} \\ a = 50 \cdot 4^2 \\ a = 800 \end{array}$$

De formule is $L = \dfrac{800}{d^2}$.

b $d = 2$ geeft $L = \dfrac{800}{2^2} = 200$

De geluidssterkte is 200.

c $L = 20$ geeft $20 = \dfrac{800}{d^2}$

$$20d^2 = 800$$

$$d^2 = 40, \text{ dus } d = \sqrt{40} \approx 6{,}3$$

Dus op een afstand van 6,3 m.

d Eerst d_1 met $L_1 = \frac{800}{d_1^2}$.

Dan $d_2 = 2d_1$, met $L_2 = \frac{800}{(2d_1)^2} = \frac{800}{4d_1^2} = \frac{200}{d_1^2}$.

Dus de geluidssterkte wordt 4 keer zo klein.

bladzijde 74

10 **a** Uit $A = al^2$ volgt $a = \frac{A}{l^2}$.

Bereken daarom steeds $\frac{A}{l^2}$.

Je krijgt

$\frac{19}{8^2} \approx 0{,}297$	$\frac{43}{12^2} \approx 0{,}299$	$\frac{99}{18^2} \approx 0{,}306$
$\frac{130}{21^2} \approx 0{,}295$	$\frac{221}{27^2} \approx 0{,}303$	$\frac{305}{32^2} \approx 0{,}298$
$\frac{411}{37^2} = 0{,}300$	$\frac{506}{41^2} \approx 0{,}301$	$\frac{635}{46^2} \approx 0{,}300$

Telkens is $\frac{A}{l^2} \approx 0{,}30$.

Dus A is evenredig met l^2 en de formule is $A = 0{,}30l^2$.

b $2\ \text{cm}^2 = 200\ \text{mm}^2$

Los op $0{,}30l^2 = 200$

$l^2 \approx 667$

$l \approx 25{,}8$

De lengte is ongeveer 26 mm.

11 **a** Uit $H = a \cdot G^{0,67}$ volgt $a = \frac{H}{G^{0,67}}$.

Bereken daarom steeds $\frac{H}{G^{0,67}}$.

Je krijgt

$\frac{19}{2^{0,67}} \approx 11{,}94$	$\frac{56}{10^{0,67}} \approx 11{,}97$	$\frac{142}{40^{0,67}} \approx 11{,}99$
$\frac{380}{175^{0,67}} \approx 11{,}94$	$\frac{490}{250^{0,67}} \approx 12{,}12$	

Telkens is $\frac{H}{G^{0,67}} \approx 12$.

Dus H is evenredig met $G^{0,67}$ en de formule is $H = 12 \cdot G^{0,67}$.

b $G = 60$ geeft $H = 12 \cdot 60^{0,67} \approx 186$

De hersenmassa is ongeveer 186 gram.

11.2 Logaritmische schalen

bladzijde 76

12 **a** $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$, dus de walvis is 10 000 keer zo zwaar als de wasbeer.

$\frac{100\,000}{0{,}002} = 50\,000\,000$, dus de walvis is 50 miljoen keer zo zwaar als de kolibrie.

b 100 000 kg = 100 000 000 gram

De getallenlijn moet 100 000 000 mm = 100 000 m = 100 km worden.

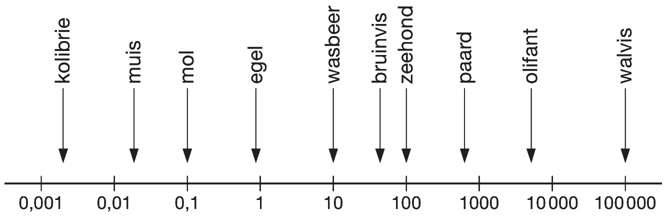
c De getallenlijn moet 100 mm = 10 cm worden.

De eerste acht gewichten komen dan binnen de eerste 0,6 mm.

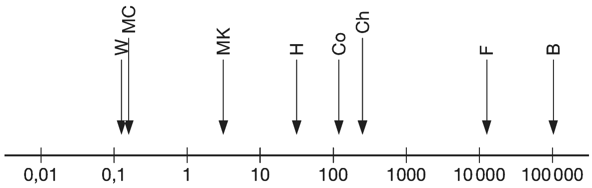
Deze zijn dan niet meer te onderscheiden.

bladzijde 77

13 $\log(0{,}002) \approx -2{,}7$
$\log(0{,}02) \approx -1{,}7$
$\log(0{,}1) = -1$
$\log(0{,}9) \approx -0{,}05$
$\log(10) = 1$
$\log(50) \approx 1{,}7$
$\log(100) = 2$
$\log(600) \approx 2{,}8$
$\log(5500) \approx 3{,}7$
$\log(100\,000) = 5$

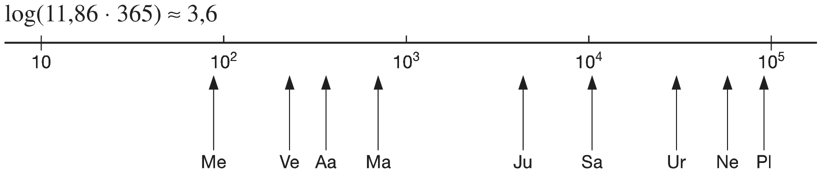


14 **a** $\log(0{,}135) \approx -0{,}9$
$\log(0{,}15) \approx -0{,}8$
$\log(3{,}5) \approx 0{,}5$
$\log(34) \approx 1{,}5$
$\log(119) \approx 2{,}1$
$\log(245) \approx 2{,}4$
$\log(12\,860) \approx 4{,}1$
$\log(102\,300) \approx 5{,}0$



b $\log(G) = -0{,}04$, dus $G = 10^{-0{,}04} \approx 0{,}9$ kg.
De Technopower radial weegt ongeveer 0,9 kg.
$\log(G) = 3{,}1$, dus $G = 10^{3{,}1} \approx 1260$.
De Allison V-3420 weegt ongeveer 1260 kg.

15 $\log(88) \approx 1{,}9$
$\log(225) \approx 2{,}4$
$\log(365) \approx 2{,}6$
$\log(687) \approx 2{,}8$
$\log(11{,}86 \cdot 365) \approx 3{,}6$
$\log(29{,}46 \cdot 365) \approx 4{,}0$
$\log(84{,}08 \cdot 365) \approx 4{,}5$
$\log(164{,}8 \cdot 365) \approx 4{,}8$
$\log(248{,}4 \cdot 365) \approx 5{,}0$



bladzijde 78

16 **a** Bij A hoort 1,3.
Bij B hoort 7,5.
Bij C hoort 23.
Bij D hoort 55.
Bij E hoort 150.
Bij F hoort 2400.

b Wel bij 550, 210, 9,5 en 2,4.
Niet bij 310, 49, 1,25 en 0.

c Bij A hoort 1300.
Bij B hoort 7500.
Bij C hoort 23 000.
Bij D hoort 55 000.
Bij E hoort 150 000.
Bij F hoort 2 400 000.

bladzijde 79

17 **a** De minimale aanvoer is 11 miljoen kg.
De maximale aanvoer is 25 miljoen kg.

b In 2001 werd 53 miljoen kg schol aangevoerd en 2,9 miljoen kg tarbot.
Dus $\frac{53}{2{,}9} \approx 18$ keer zoveel.

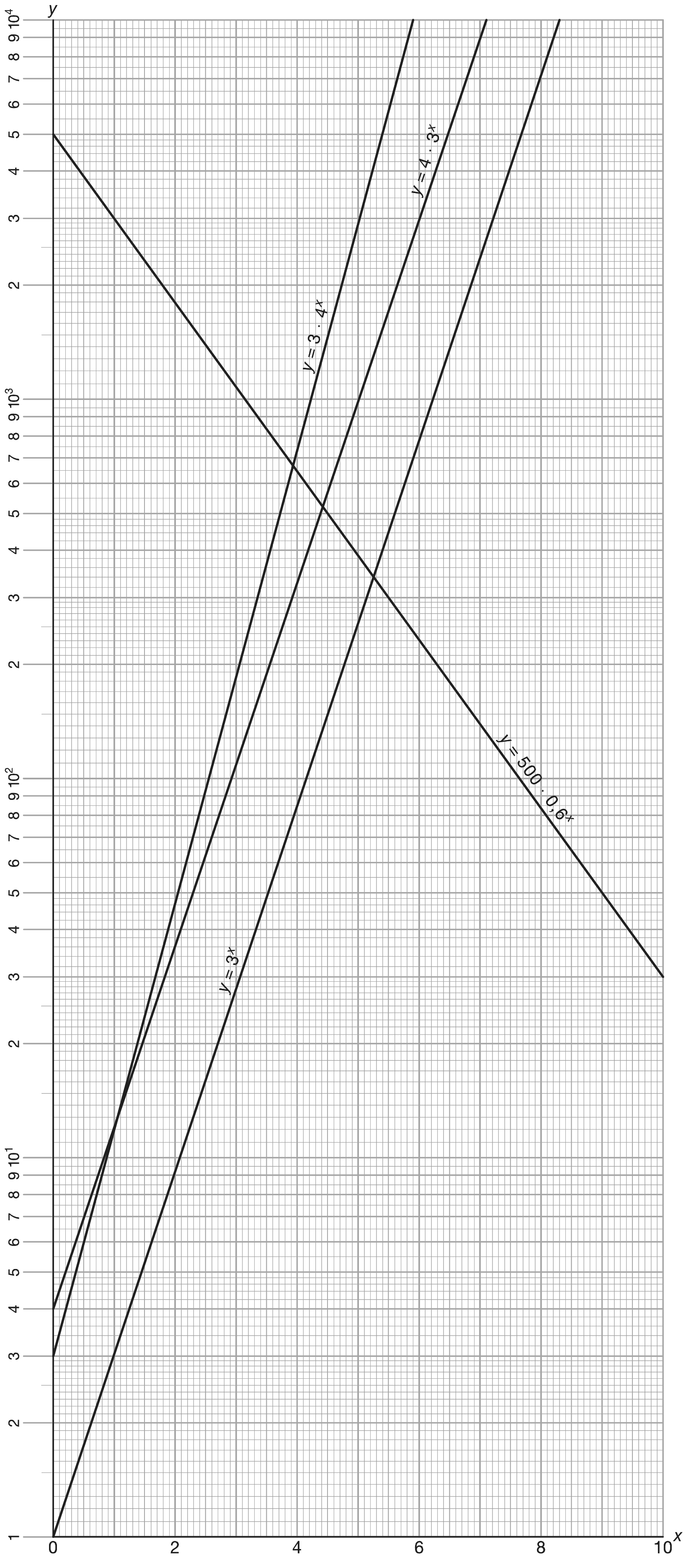
c In 2003 werd 13,5 miljoen kg tong aangevoerd en in 1994 was dat 25 miljoen kg.
Dus $\frac{25 - 13{,}5}{25} \times 100\% = 46\%$ minder.

d De grootste waarde is 66 miljoen kg (schol in 1994).
De grafiek zou dan 66 cm hoog worden.

18 **a**

x	0	2	4	6	8
$y = 3^x$	1	9	81	729	6561

b, c



De punten liggen op een rechte lijn.

x	0	2	4	6	8
$y = 4 \cdot 3^x$	4	36	324	2916	26 244
$y = 3 \cdot 4^x$	3	48	768	12 288	196 608
$y = 5000 \cdot 0{,}6^x$	5000	1800	648	233	84

Zie de grafiek bij b.

d $y = 4 \cdot 3^x$ geeft $\log(y) = \log(4 \cdot 3^x)$
$\log(y) = \log(4) + \log(3^x)$
$\log(y) = \log(4) + x \cdot \log(3)$
$\log(y) = x \cdot \log(3) + \log(4)$

e $\log(y) = x \cdot \log(3) + \log(4)$ is een lineaire functie van x. Dus de grafiek van $\log(y)$ als functie van x is een rechte lijn. Op logaritmisch papier is $\log(y)$ uitgezet tegen x, dus de grafiek van $y = 4 \cdot 3^x$ is een rechte lijn.

bladzijde 81

19 **a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

Lijn door (1, 30) en (7, 400), dus $g_{6\ \text{dagen}} = \frac{400}{30}$.

$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{400}{30}\right)^{\frac{1}{6}} \approx 1{,}540$$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}540^t \\ \text{voor } t = 1 \text{ is } N = 30 \end{array}\right\}$ $30 = b \cdot 1{,}540^1$

$b = \frac{30}{1{,}540}$

$b \approx 19{,}5$

Dus $N = 19{,}5 \cdot 1{,}540^t$.

b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

Lijn door (2, 100) en (8, 9), dus $g_{6\ \text{dagen}} = \frac{9}{100} = 0{,}09$.

$g_{\text{dag}} = 0{,}09^{\frac{1}{6}} \approx 0{,}669$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}669^t \\ \text{voor } t = 2 \text{ is } N = 100 \end{array}\right\}$ $100 = b \cdot 0{,}669^2$

$b = \frac{100}{0{,}669^2}$

$b \approx 223$

Dus $N = 223 \cdot 0{,}669^t$.

20 **a** De grafieken van B en C zijn rechte lijnen, dus daar hoort exponentiële groei bij.
Plant B: op $t = 0$ is de lengte 60 mm en na 30 dagen is de lengte 340 mm.

$g_{30\ \text{dagen}} = \frac{340}{60}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{340}{60}\right)^{\frac{1}{30}} \approx 1{,}060$.

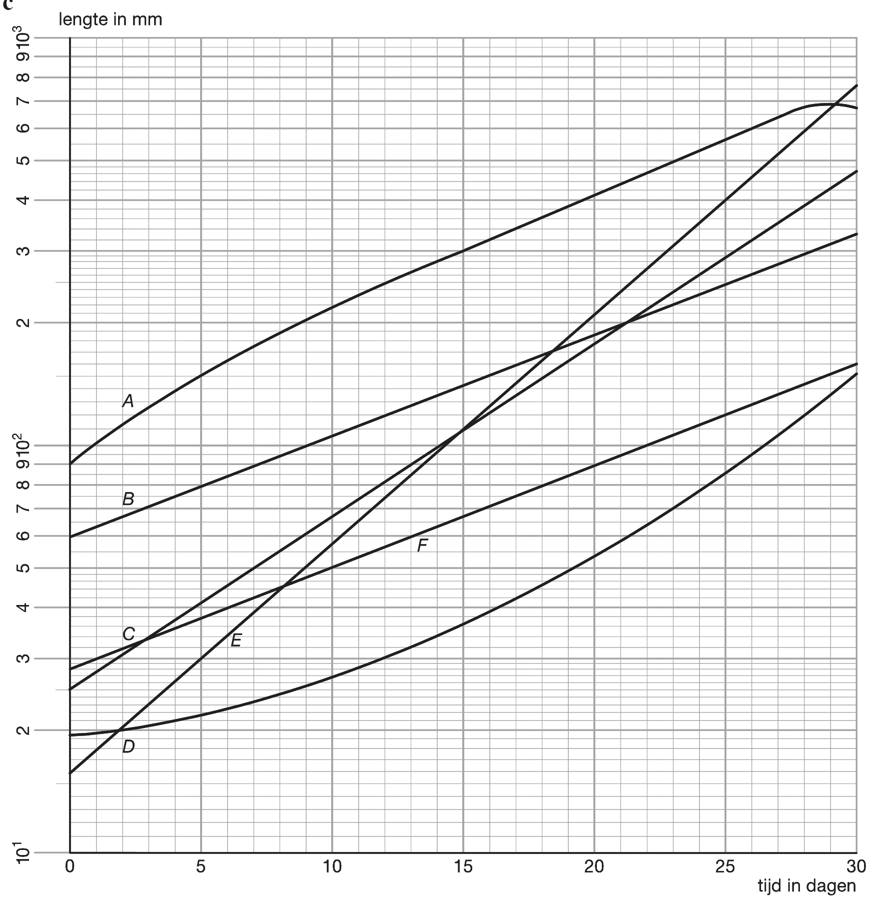
Bij B hoort de formule $L = 60 \cdot 1{,}060^t$.

Plant C: op $t = 0$ is de lengte 25 mm en na 30 dagen is de lengte 490 mm.

$g_{30\ \text{dagen}} = \frac{490}{25}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{490}{25}\right)^{\frac{1}{30}} \approx 1{,}104$.

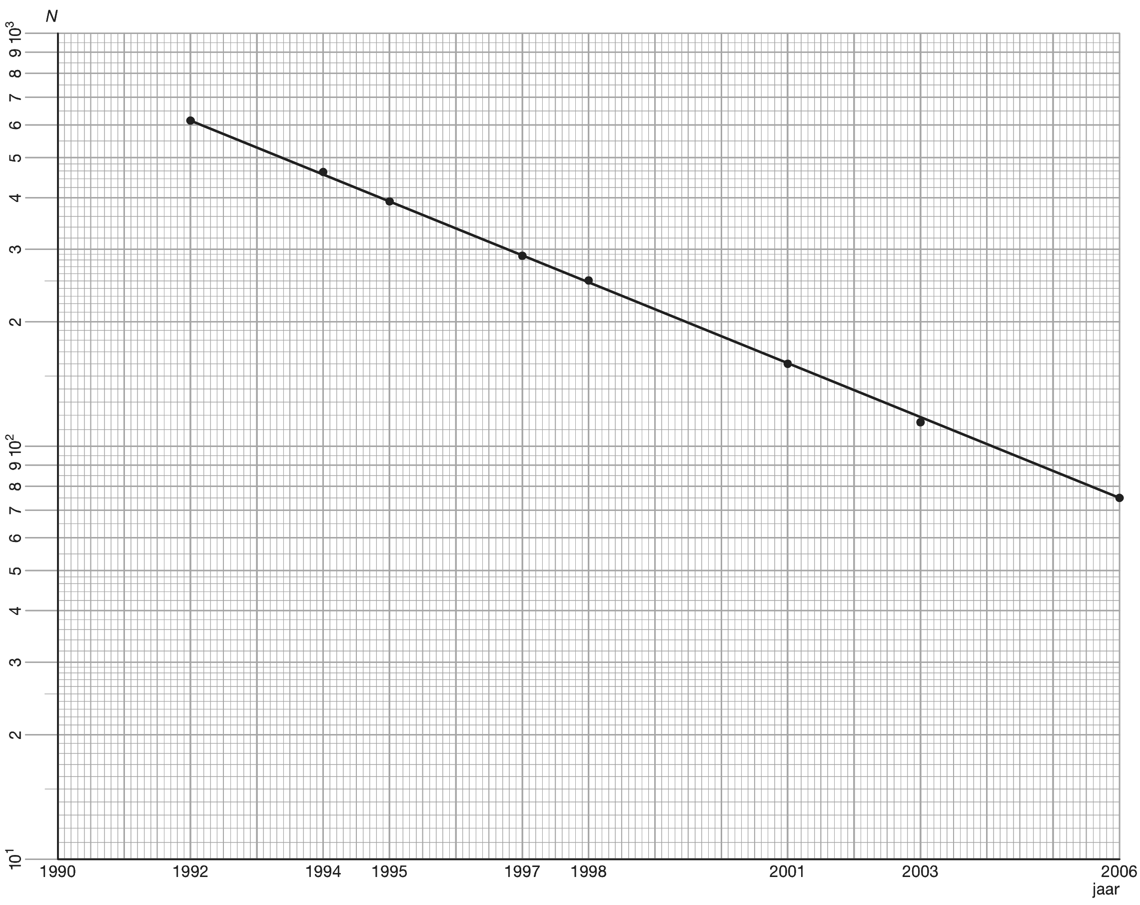
Bij plant C hoort de formule $L = 25 \cdot 1{,}104^t$.

b, c



c De grafiek van *F* gaat door (10, 50) en is evenwijdig met de grafiek van *B*.

21 **a**



De punten liggen vrijwel op een rechte lijn, dus het aantal patrijzen neemt exponentieel af.

b Lijn door (2, 610) en (16, 75), dus $g_{14\text{ jaar}} = \dfrac{75}{610}$.

$g_{\text{jaar}} = \left(\dfrac{75}{610}\right)^{\frac{1}{14}} \approx 0{,}861$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}861^t \\ \text{voor } t = 2 \text{ is } N = 610 \end{array}\right\} \; 610 = b \cdot 0{,}861^2$

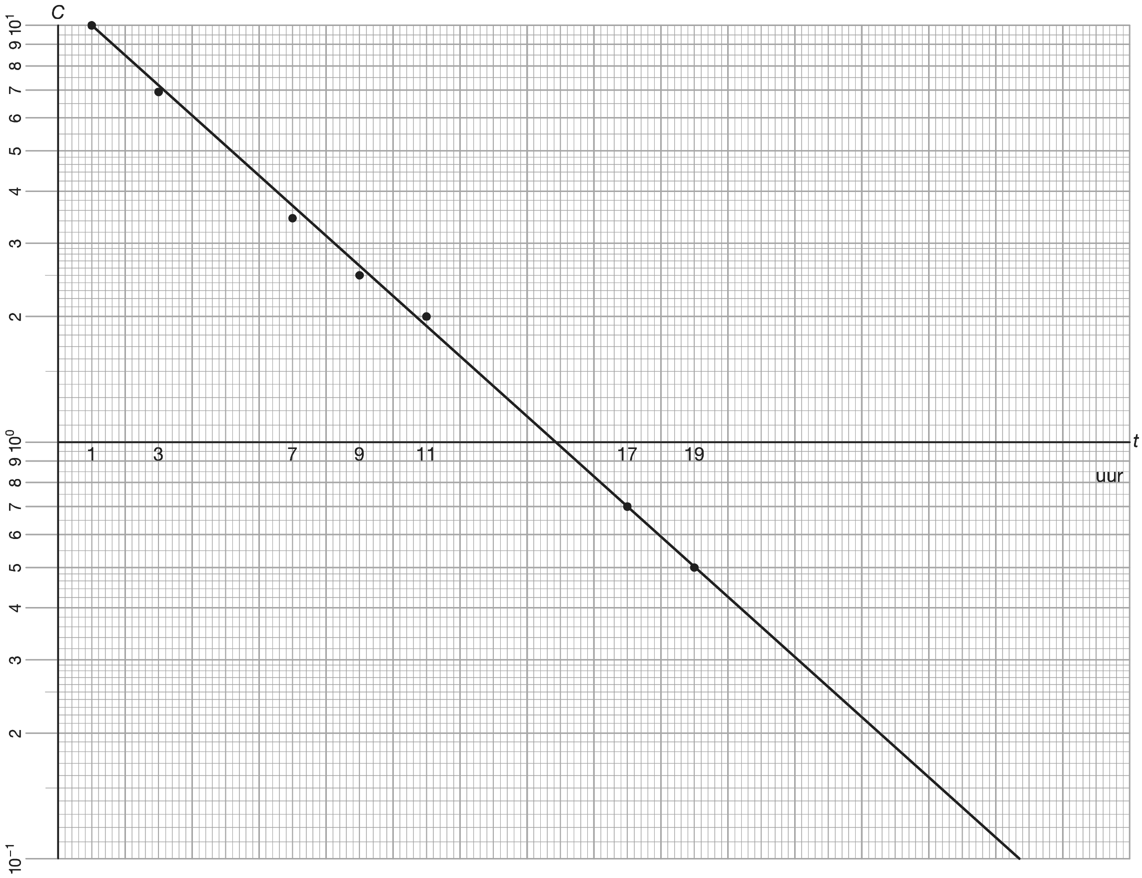
$b = \dfrac{610}{0{,}861^2}$

$b \approx 820$

Dus $N = 820 \cdot 0{,}861^t$.

bladzijde 82

22 **a**



b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $C = b \cdot g^t$.

Lijn door (1, 10) en (19; 0,5) dus $g_{18\text{ uur}} = \dfrac{0{,}5}{10} = 0{,}05$.

$g_{\text{uur}} = 0{,}05^{\frac{1}{18}} \approx 0{,}847$

$\left.\begin{array}{l} C = b \cdot 0{,}847^t \\ \text{voor } t = 1 \text{ is } C = 10 \end{array}\right\} \; 10 = b \cdot 0{,}847^t$

$b = \dfrac{10}{0{,}847}$

$b \approx 11{,}81$

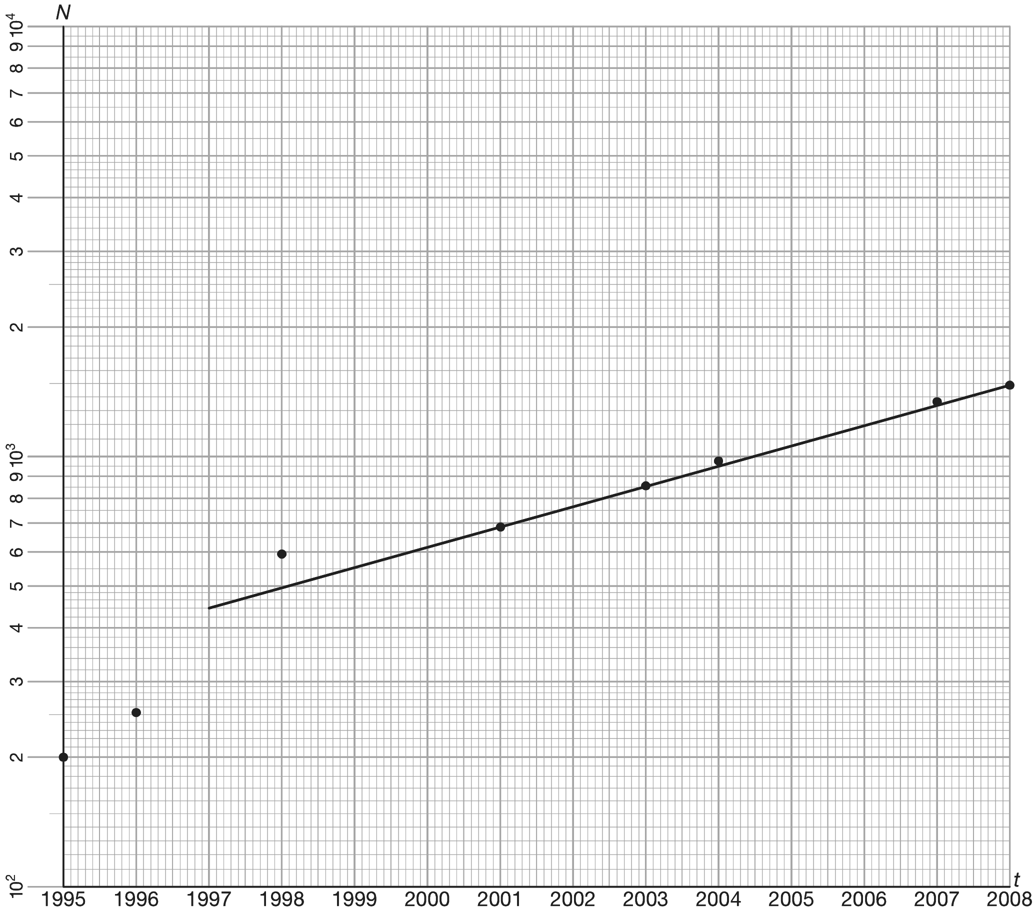
Dus $C = 11{,}8 \cdot 0{,}847^t$.

c $\left.\begin{array}{l} \text{Bij } x \text{ liter bloed is de concentratie op } t = 0 \text{ gelijk aan } \dfrac{60}{x} \text{ mg/l.} \\ \text{Op } t = 0 \text{ is } C = 11{,}8 \text{ mg/l.} \end{array}\right\} \; \dfrac{60}{x} = 11{,}8$

$x = \dfrac{60}{11{,}8} \approx 5{,}1$

De patiënt heeft ongeveer 5 liter bloed.

23 **a**



b Vanaf 2001 liggen de punten vrijwel op een rechte lijn.
Dus de groei is exponentieel vanaf 2001.

c Lijn door (2001, 693) en (2008, 1532), dus $g_{7\text{ jaar}} = \dfrac{1532}{693} \approx 2{,}21$.

$g_{\text{jaar}} = 2{,}21^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}12$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}12^t \\ \text{voor } t = 6 \text{ is } N = 693 \end{array}\right\} \; 693 = b \cdot 1{,}12^6$

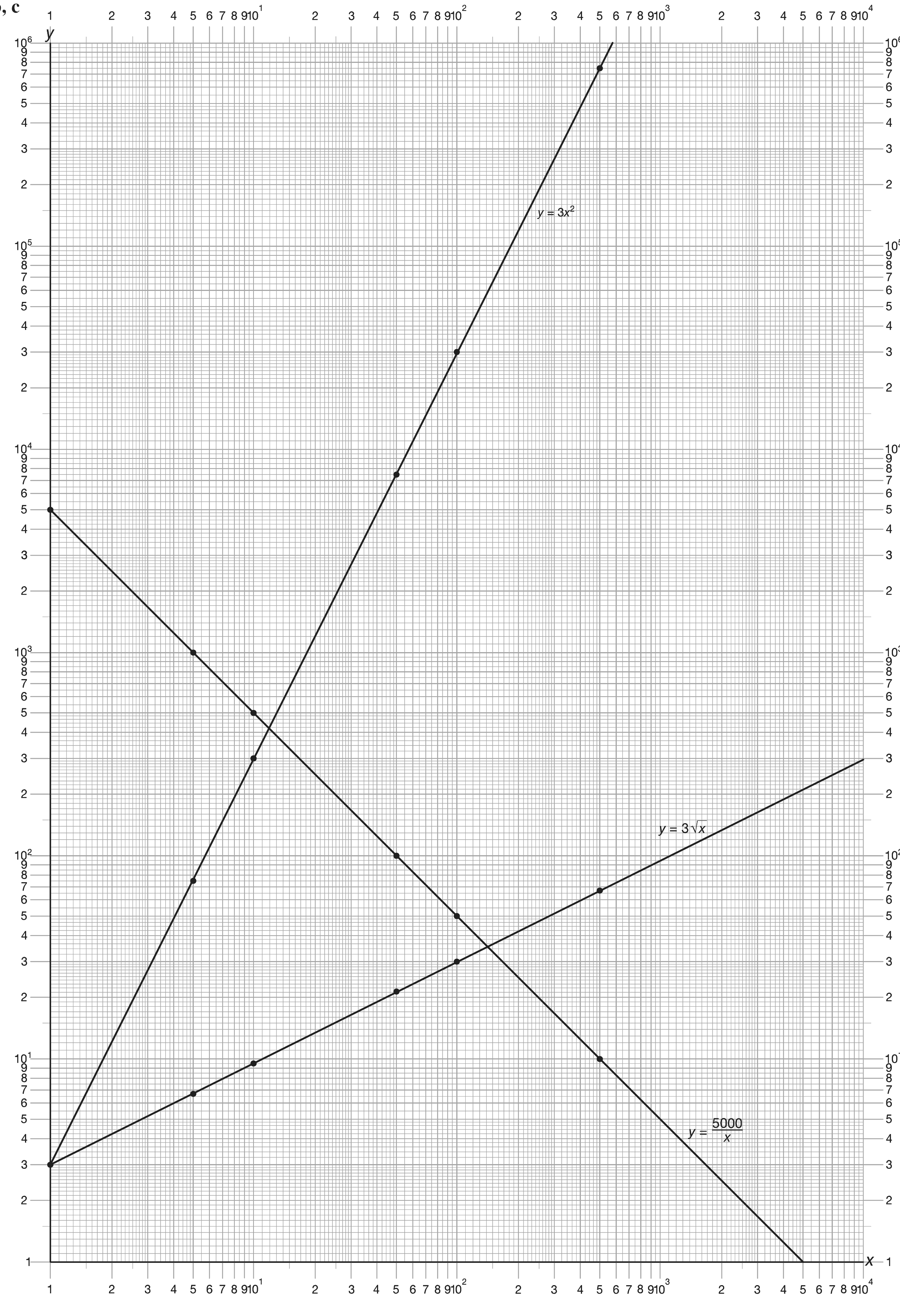
$b = \dfrac{693}{1{,}12^6} \approx 351$

Dus $N = 351 \cdot 1{,}12^t$.

24 **a**

x	1	5	10	50	100	500
$y = 3x^2$	3	75	300	7500	30 000	750 000

b, c



c

x	1	5	10	50	100	500
$y = 3\sqrt{x}$	3	6,7	9,5	21,2	30	67,1

x	1	5	10	50	100	500
$y = \dfrac{5000}{x}$	5000	1000	500	100	50	10

d $y = 3x^2$ geeft $\log(y) = \log(3x^2)$

$\log(y) = \log(3) + \log(x^2)$

$\log(y) = \log(3) + 2 \cdot \log(x)$

$\log(y) = 2\log(x) + \log(3)$

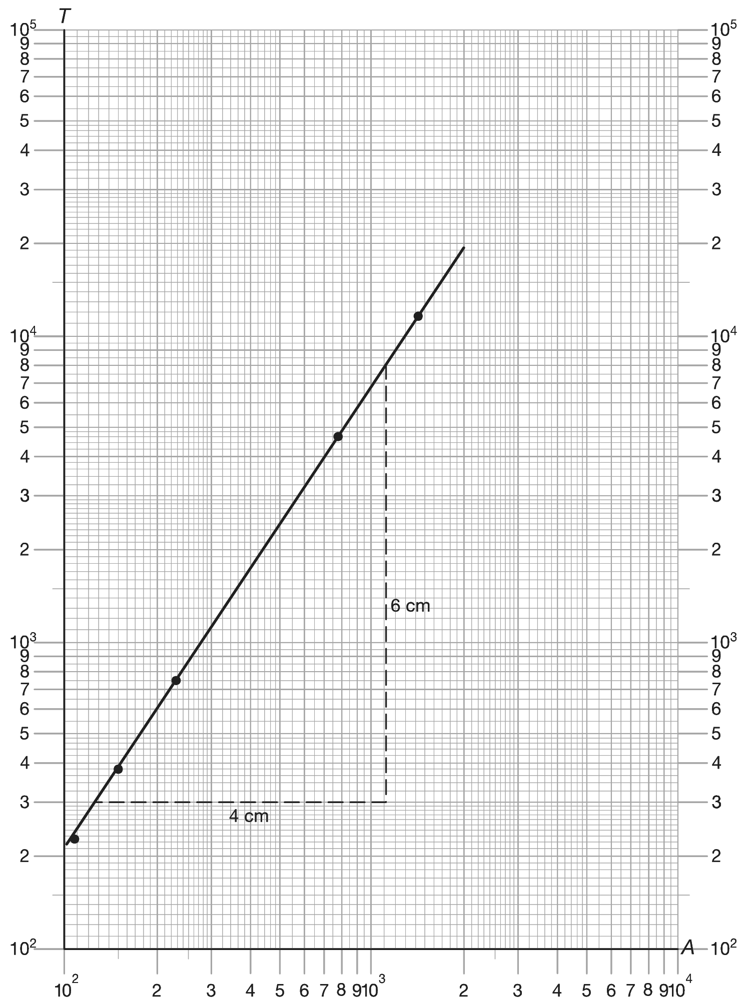
e Op papier met op de beide assen een logaritmische schoolverdeling staat $\log(y)$ op de verticale en $\log(x)$ op de horizontale as.
Omdat $\log(y) = 2\log(x) + \log(3)$ een lineaire functie is, is de grafiek een rechte lijn.

bladzijde 84

25 **a** Op de horizontale as staat $\log(x)$.
Omdat $\log(1) = 0$, hoort dus $x = 1$ bij de verticale as.

b Het punt $(1, a)$ is niet af te lezen uit de grafiek.

26 **a**



De punten liggen op dubbellogaritmisch papier vrijwel op een rechte lijn, dus de formule heeft de vorm $T = a \cdot A^n$ met $n = \text{rc} = \dfrac{6}{4} = 1{,}5$.

$$\left.\begin{array}{l} T = a \cdot A^{1,5} \\ A = 1427 \text{ en } T = 10\,753 \end{array}\right\} \; 10\,753 = a \cdot 1427^{1,5}$$

$$a = \frac{10\,753}{1427^{1,5}} \approx 0{,}2$$

Dus $T = 0{,}2 \cdot A^{1,5}$.

b $T = 30\,690$ geeft $30\,690 = 0{,}2 \cdot A^{1,5}$

$$A^{1,5} = 153\,450$$

$$A = 153450^{\frac{1}{1,5}} \approx 2870$$

De gemiddelde afstand tot de zon is 2870 miljoen km.

27 Stel l: $y = ax^n$ met $n = \text{rc}_l = 3$.

l gaat door $(1,\ 10^{-1}) = (1,\ \frac{1}{10})$ dus $a = \frac{1}{10}$.

Dus l: $y = \frac{1}{10}x^3$.

Stel m: $y = ax^n$ met $n = \text{rc}_m = -\frac{1}{3}$.

m gaat door (1, 90), dus $a = 90$.

Dus m: $y = 90\,x^{-\frac{1}{3}}$.

Stel n: $y = ax^b$ met $b = \text{rc}_n \approx \dfrac{-7}{3{,}5} = -2$.

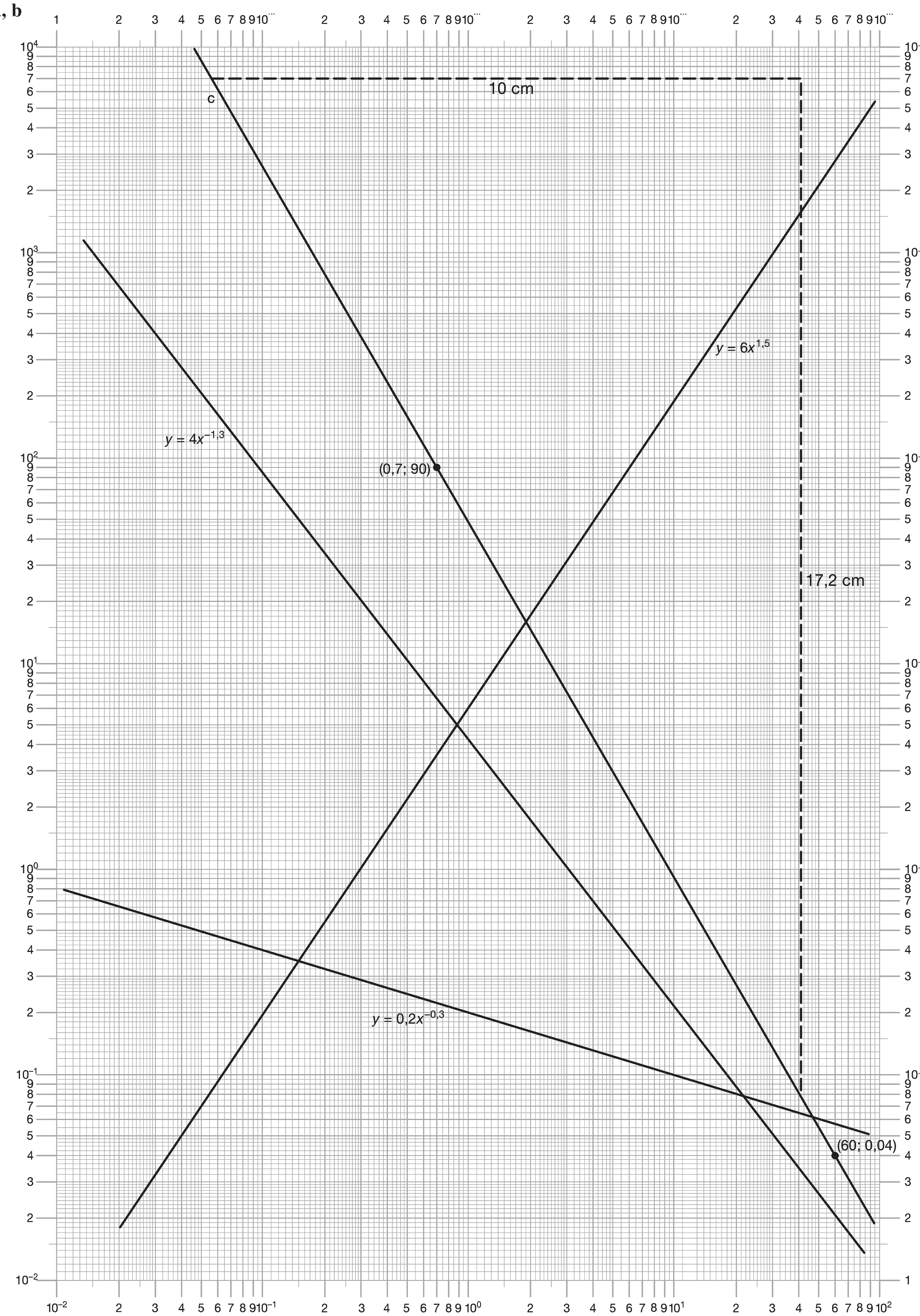
n gaat door (1, 50) dus $a = 50$.
Dus n: $y = 50x^{-2}$.

28 Stel $N = a \cdot M^b$ met $b = \text{rc} = \dfrac{3{,}3}{5{,}7} \approx 0{,}58$

$$\left.\begin{array}{l} N = aM^{0,58} \\ N = 1 \text{ en } M = 1000 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1 = a \cdot 1000^{0,58} \\ a = \dfrac{1}{1000^{0,58}} \approx 0{,}02 \end{array}$$

$N = 0{,}02M^{0,58}$.

29 **a, b**



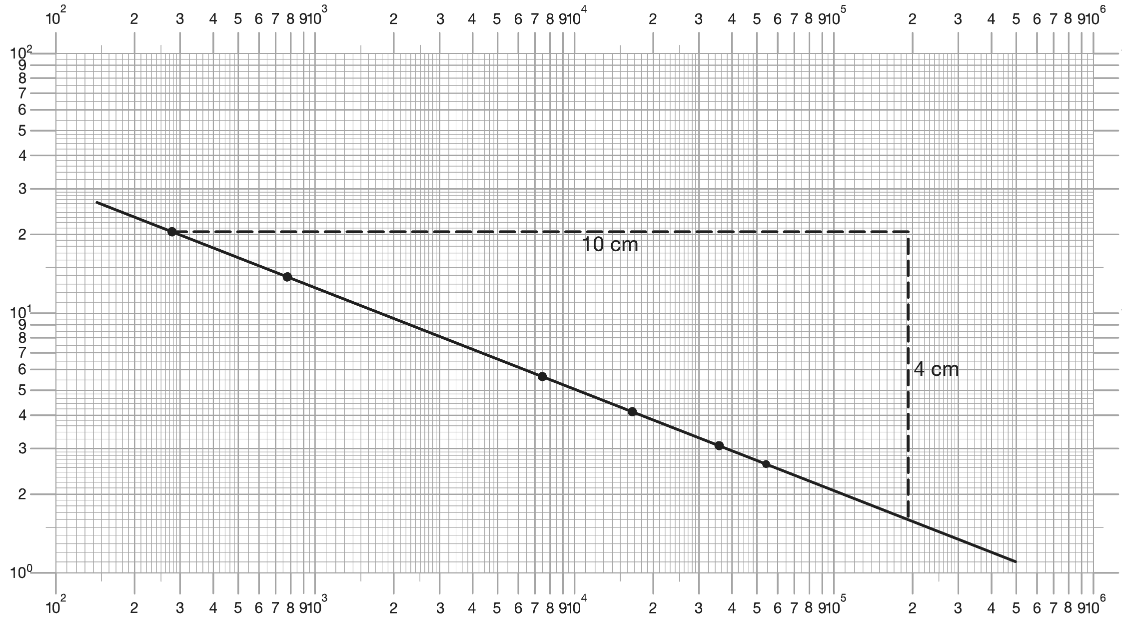
c Stel $y = a \cdot x^n$ met $n = \text{rc} \approx \dfrac{-17{,}2}{10} = -1{,}72$

$\left.\begin{array}{l} y = a \cdot x^{-1{,}72} \\ \text{door } (60;\,0{,}04) \end{array}\right\}\ 0{,}04 = a \cdot 60^{-1{,}72}$

$a = \dfrac{0{,}04}{60^{-1{,}72}} \approx 46$

Dus $y = 46 \cdot x^{-1{,}72}$.

30 **a**



b Stel $E = aG^n$ met $n = \text{rc} \approx \dfrac{-4}{10} = -0{,}4$.

$$\left.\begin{array}{l} E = aG^{-0{,}4} \\ G = 284 \text{ en } E = 21 \end{array}\right\} \; 21 = a \cdot 284^{-0{,}4}$$

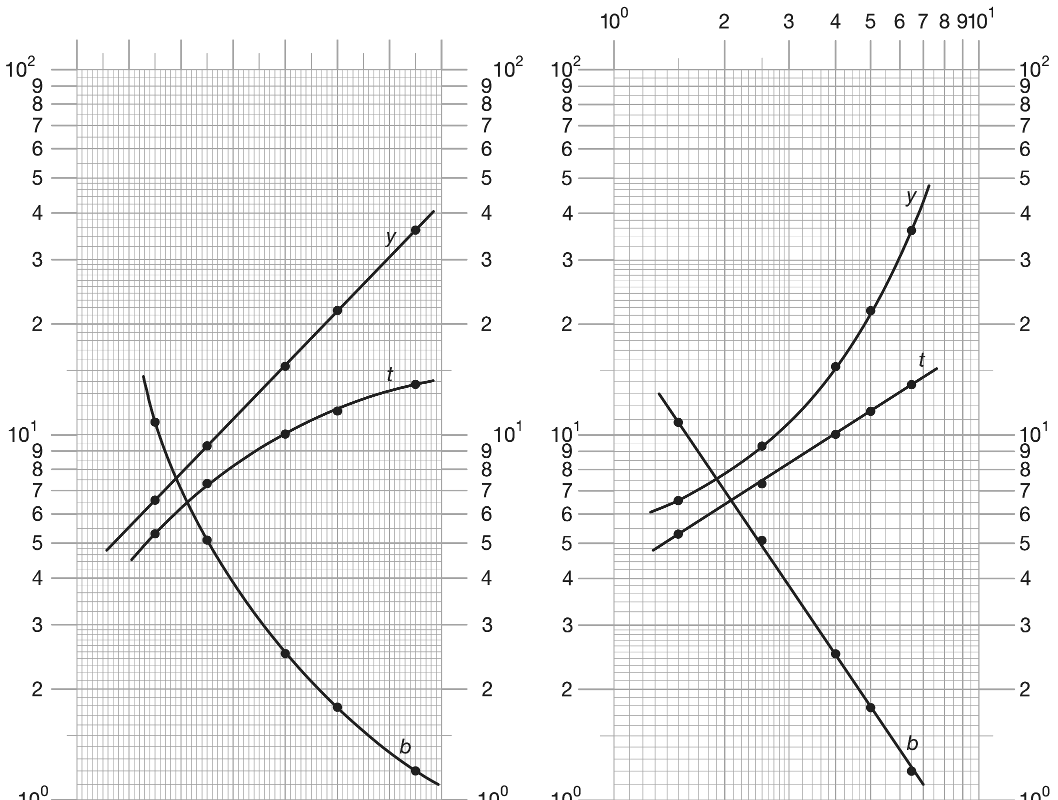
$$a = \frac{21}{284^{-0{,}4}} \approx 200$$

Dus $E = 200G^{-0{,}4}$.

c $G = 4000$ geeft $E = 200 \cdot 4000^{-0{,}4} \approx 7{,}25$
E is in joule per gram per 1000 meter.
Dus het konijn verbruikt $7{,}25 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4000 \approx 14\,500$ joule.

d $G = 50\,000$ geeft $E = 200 \cdot 50\,000^{-0{,}4} \approx 2{,}64$
De wolf verbruikt $2{,}64 \cdot 1{,}8 \cdot 50\,000 \approx 240\,000$ joule.

31 **a**



De grafiek van y is op logaritmisch papier een rechte lijn, dus y is te benaderen door een exponentiële functie.

b y als functie van x is een rechte lijn op logaritmisch papier, dus $y = b \cdot g^x$.
Lijn door (1,5; 6,6) en (6,5; 35,6) dus

$$g^5 = \frac{35,6}{6,6} \approx 5,4$$

$$g = 5,4^{\frac{1}{5}} \approx 1,4$$

$$\left.\begin{array}{l} y = b \cdot 1,4^x \\ \text{door } (1,5;\, 6,6) \end{array}\right\} \; 6,6 = b \cdot 1,4^{1,5}$$

$$b = \frac{6,6}{1,4^{1,5}} \approx 4$$

Dus $y = 4 \cdot 1,4^x$.

t als functie van s is vrijwel een rechte lijn op dubbellogaritmisch papier dus $t = as^n$
met $n = \text{rc} \approx 0,67$

$$\left.\begin{array}{l} t = as^{0,67} \\ \text{door } (1,5;\, 5,21) \end{array}\right\} \; 5,21 = a \cdot 1,5^{0,67}$$

$$a = \frac{5,21}{1,5^{0,67}} \approx 4$$

Dus $t = 4s^{0,67}$.

b als functie van a is vrijwel een rechte lijn op dubbellogaritmisch papier dus $b = pa^n$ met
$n = \text{rc} \approx -1,5$

$$\left.\begin{array}{l} b = pa^{-1,5} \\ \text{door } (1,5;\, 10,87) \end{array}\right\} \; 10,87 = p \cdot 1,5^{-1,5}$$

$$p = \frac{10,87}{1,5^{-1,5}} \approx 20$$

Dus $b = 20a^{-1,5}$.

11.3 Toepassingen van logaritmen

bladzijde 87

32 Nee, want vanaf 150 decibel moet je rekenen op ernstige beschadigingen van je gehoororganen en dat is bij tien pratende leerlingen niet het geval.

bladzijde 88

33

$$10\log\left(\frac{I_{\text{vrachtwagen}}}{I_0}\right) = 65 \qquad 10\log\left(\frac{I_{\text{trein}}}{I_0}\right) = 72$$

$$\log\left(\frac{I_{\text{vrachtwagen}}}{I_0}\right) = 6,5 \qquad \log\left(\frac{I_{\text{trein}}}{I_0}\right) = 7,2$$

$$\frac{I_{\text{vrachtwagen}}}{10^{-12}} = 10^{6,5} \qquad \frac{I_{\text{trein}}}{10^{-12}} = 10^{7,2}$$

$$I_{\text{vrachtwagen}} = 10^{-5,5}\ \text{W/m}^2 \qquad I_{\text{trein}} = 10^{-4,8}\ \text{W/m}^2$$

$$I_{\text{totaal}} = 10^{-5,5} + 10^{-4,8}$$

$$L = 10\log\left(\frac{10^{-5,5} + 10^{-4,8}}{10^{-12}}\right) \approx 73 \text{ dB}$$

Het geluidsniveau stijgt met $73 - 65 = 8$ dB.

34 **a** $I = 10^{-5}$ W/m² geeft $L = 10\log\left(\frac{10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 70$ dB

$I = 0,25 \cdot 10^{-5}$ W/m² geeft $L = 10\log\left(\frac{0,25 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}}\right) \approx 64$ dB

Bij een geluidsintensiteit van $I = 0,25 \cdot 10^{-5}$ W/m² hoort dus een geluidsniveau dat ongeveer 6 dB lager is dan bij $I = 10^{-5}$ W/m².

b De afstand is vier keer zo groot dus het geluidsniveau gaat met $2 \times 6 = 12$ dB omlaag.
Het geluidsniveau is $85 - 12 = 73$ dB.

35 $L = 80$ geeft $10\log\left(\frac{I_{5\text{ boxen}}}{I_0}\right) = 80$

$$\log\left(\frac{I_{5\text{ boxen}}}{I_0}\right) = 8$$

$$\frac{I_{5\text{ boxen}}}{10^{-12}} = 10^8$$

$$I_{5\text{ boxen}} = 10^{-4}$$

Dus $I_{\text{box}} = \frac{10^{-4}}{5} = 0{,}2 \cdot 10^{-4}$ W/m^2.

$L = 90$ geeft $10\log\left(\frac{I_{\text{totaal}}}{I_0}\right) = 90$

$$\log\left(\frac{I_{\text{totaal}}}{I_0}\right) = 9$$

$$\frac{I_{\text{totaal}}}{10^{-12}} = 10^9$$

$$I_{\text{totaal}} = 10^{-3}\text{ W/m}^2$$

Bij 10^{-3} W/m^2 horen $\frac{10^{-3}}{0{,}2 \cdot 10^{-4}} = 50$ boxen.

Er mogen $50 - 5 = 45$ boxen bij worden geplaatst.

36 **a** Voer in $y_1 = 21{,}7 \cdot 1{,}026^x$ en $y_2 = 43{,}4$.
De optie intersect geeft $x \approx 27$.
Na 27 jaar is het aantal inwoners verdubbeld.

b Voer in $y_1 = 19{,}6 \cdot 1{,}026^x$ en $y_2 = 39{,}2$.
De optie intersect geeft $x \approx 27$.
Na 27 jaar is het aantal inwoners verdubbeld.

c De antwoorden zijn gelijk.
Vermoeden: de verdubbelingstijd is onafhankelijk van de beginhoeveelheid.

bladzijde 89

37 $g_{\text{jaar}} = 0{,}88$ dus $g_{\text{maand}} = 0{,}88^{\frac{1}{12}}$

$$\left(0{,}88^{\frac{1}{12}}\right)^T = \tfrac{1}{2}$$

$$T = {}^{0{,}88^{\frac{1}{12}}}\log\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$T = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log\left(0{,}88^{\frac{1}{12}}\right)}$$

38 **a** $g_{\text{jaar}} = 1{,}131$

$$1{,}131^T = 2$$

$$T = {}^{1{,}131}\log(2)$$

$$T = \frac{\log(2)}{\log(1{,}131)} \approx 5{,}63$$

De verdubbelingstijd is 5 jaar en 8 maanden.

b $g_{\text{week}} = 0{,}915$

$$0{,}915^T = \tfrac{1}{2}$$

$$T = {}^{0{,}915}\log(\tfrac{1}{2})$$

$$T = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(0{,}915)} \approx 7{,}8$$

De halveringstijd is 7 weken en 6 dagen.

39 **a** $g_{\text{jaar}} = 1{,}011$

$1{,}011^T = 2$

$T = {}^{1{,}011}\log(2)$

$T = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}011)} \approx 63{,}4$

De verdubbelingstijd is 63 jaar en 4 maanden.

b $g_{10\text{ jaar}} = 1{,}083$

$1{,}083^T = 2$

$T = {}^{1{,}083}\log(2)$

$T = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}083)} \approx 8{,}7$

De verdubbelingstijd is $8{,}7 \times 10 = 87$ jaar.

40 **a** $g_{\text{dag}} = 0{,}917$

$0{,}917^T = \frac{1}{2}$

$T = {}^{0{,}917}\log(\frac{1}{2})$

$T = \dfrac{\log(\frac{1}{2})}{\log(0{,}917)} \approx 8{,}0$

De halveringstijd is 8 dagen.

b $0{,}917^t = 0{,}1$

$t = \dfrac{\log(0{,}1)}{\log(0{,}917)} \approx 26{,}6$

Na 27 dagen is nog 10% van de beginhoeveelheid over.

41 **a** $g_{\text{dag}} = 2^{\frac{1}{10}} \approx 1{,}072$

Het groeipercentage per dag is 7,2.

b $g_{25\text{ jaar}} = 2$

$g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{25}} \approx 1{,}028$

Het groeipercentage per jaar is 2,8.

c $g_{28\text{ jaar}} = \frac{1}{2}$

$g_{\text{jaar}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{28}} \approx 0{,}976$

De hoeveelheid radioactieve stof neemt met 2,4% per jaar af.

42 **a** $g_{\text{dag}} = 0{,}81$
$g_{\text{week}} = 0{,}81^7 \approx 0{,}229$
De afname per week is 77,1%.

b $g_{\text{week}} = 0{,}38$

$g_{\text{dag}} = 0{,}38^{\frac{1}{7}} \approx 0{,}871.$
De afname per dag is 12,9%.

c De groeifactor per dag is $1 - 0{,}155 = 0{,}845$.
De formule is $BZV = 300 \cdot 0{,}845^t$.

d $0{,}845^T = \frac{1}{2}$

$T = \dfrac{\log(\frac{1}{2})}{\log(0{,}845)} \approx 4{,}116$
De halveringstijd is 4 dagen en $0{,}116 \cdot 24 \approx 3$ uur.

e $300 \cdot 0{,}845^t = 10.$

$0{,}845^t = \dfrac{10}{300} = \frac{1}{30}$

$t = \dfrac{\log(\frac{1}{30})}{\log(0{,}845)} \approx 20{,}2$
Dus na ruim 20 dagen is het BZV 10 mg/l.

f $T = 10$ geeft $h = 7{,}6 \cdot 0{,}96^{10} \approx 5{,}05$ dagen.
Bij 10°C is de groeifactor per dag 0,871 (zie vraag b).
Je krijgt $0{,}871^{5{,}05} \approx 0{,}50$, dus de formule klopt voor $T = 10$.
$T = 20$ geeft $h = 7{,}6 \cdot 0{,}96^{20} \approx 3{,}36$ dagen.
Bij 20°C is de groeifactor per dag 0,81 (zie vraag a).
Je krijgt $0{,}81^{3{,}36} \approx 0{,}49$, dus de formule klopt ook vrijwel voor $T = 20$.

bladzijde 91

43 Periode 0 - 1500: $g_{1500\text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{1500}} \approx 1{,}0005$, dus het percentage is 0,05%.

Periode 1500 - 1800: $g_{300\text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{300}} \approx 1{,}0023$, dus het percentage is 0,23%.

Periode 1800 - 1950: $g_{150\text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{150}} \approx 1{,}0046$, dus het percentage is 0,46%.

Periode 1950 - 1986: $g_{36\text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{36}} \approx 1{,}0194$, dus het percentage is 1,94%.

Periode 1986 - 2005: $g_{19\text{ jaar}} = \dfrac{4{,}8+1{,}7}{4{,}8} = \dfrac{6{,}5}{4{,}8} \approx 1{,}35$, dus $g_{\text{jaar}} = 1{,}35^{\frac{1}{19}} \approx 1{,}0161$,

dus het groeipercentage is 1,61%.

bladzijde 92

44 $(\frac{1}{2})^{\tau} = 0{,}53$ geeft $\tau = \dfrac{\log(0{,}53)}{\log(\frac{1}{2})} \approx 0{,}916$

De ouderdom van Ötzi is dus $0{,}916 \cdot 5370 \approx 5248$ jaar.
Ötzi is waarschijnlijk overleden in $1991 - 5248 = 3257$ voor Christus.

45 **a** De botten waren $2006 + 217 = 2223$ jaar oud.
Dus $\tau = \dfrac{2223}{5730}$.
Het percentage is $(\frac{1}{2})^{\frac{2223}{5730}} \cdot 100 \approx 76{,}421\%$.

b $(\frac{1}{2})^{\tau} = 0{,}77293$ geeft $\tau = \dfrac{\log(0{,}77293)}{\log(\frac{1}{2})} = 0{,}3716$

Dit geeft voor de ouderdom $0{,}3716 \cdot 5730 = 2129$ jaar.
Het verschil is dus $2223 - 2129 = 94$ jaar.

46 **a** $(\frac{1}{2})^{\tau} = 0{,}0002$ geeft $\tau = \dfrac{\log(0{,}0002)}{\log(\frac{1}{2})} \approx 12{,}3$

Na $12{,}3 \cdot 8 = 98$ dagen was nog 0,02% van het radioactief jodium over.

b $g_{8\text{ dagen}} = \frac{1}{2}$

$g_{\text{dag}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}917$

Er verdwijnt 8,3% per dag.

11.4 Logistische groei

bladzijde 94

47 In de figuur zie je dat er tot ongeveer $t = 24$ toenemende stijging is.
Er zijn dan 1800 fruitvliegjes. Dit is juist de helft van het aantal van de horizontale asymptoot.

bladzijde 95

48 **a** $t = 4$ geeft $N \approx 167$
b De zesde dag is van $t = 5$ tot $t = 6$.
$t = 5$ geeft $N \approx 235$
$t = 6$ geeft $N \approx 310$
Dus er zijn $310 - 235 = 75$ pantoffeldiertjes bij gekomen.

c $\dfrac{600}{1+20\cdot 0{,}6^t}=300$

$1 + 20 \cdot 0{,}6^t = 2$

$20 \cdot 0{,}6^t = 1$

$0{,}6^t = 0{,}05$

$t=\dfrac{\log(0{,}05)}{\log(0{,}6)}$

$t \approx 5{,}9$

Dus bij $t \approx 5{,}9$ overgang van toenemende stijging in afnemende stijging.

d De grenswaarde is 600.

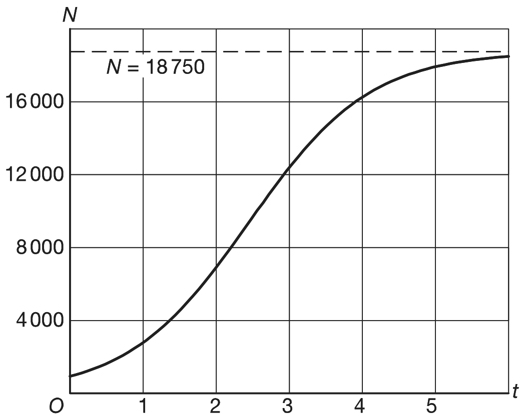
Voer in $y_1 = 600/(1 + 20 \cdot 0{,}6^x)$ en $y_2 = 590$.

De optie intersect geeft $x \approx 13{,}8$.

Dus voor $t \approx 13{,}8$.

49 **a**

t	0	1	2	3	4	5	6
N	938	2800	6920	12 400	16 250	17 900	18 500



De formule van de horizontale asymptoot is $N=\dfrac{75000}{4+0}$, dus $N = 18\,750$.

b Op $t = 0$ is $N \approx 938$, dus 938 ziektegevallen.

c De derde week is van $t = 2$ tot $t = 3$, dus er zijn toen ongeveer $12\,400 - 6920 = 5480$ ziektegevallen bij gekomen.

d De vierde week is van $t = 3$ tot $t = 4$, dus het aantal ziektegevallen is toen met $\dfrac{16\,250-12\,400}{12\,400}\times 100\% \approx 31{,}0\%$ toegenomen.

e $\dfrac{75000}{4+76\cdot 0{,}3^t}=15\,000$

$\dfrac{5}{4+76\cdot 0{,}3^t}=1$

$4 + 76 \cdot 0{,}3^t = 5$

$76 \cdot 0{,}3^t = 1$

$0{,}3^t = \frac{1}{76}$

$t=\dfrac{\log(\frac{1}{76})}{\log(0{,}3)}$

$t \approx 3{,}6$

f $\dfrac{75000}{4+76\cdot 0{,}3^t}=\frac{1}{2}\cdot 18750$

$4 + 76 \cdot 0{,}3^t = 8$

$76 \cdot 0{,}3^t = 4$

$0{,}3^t = \frac{1}{19}$

$t=\dfrac{\log(\frac{1}{19})}{\log(0{,}3)}$

$t \approx 2{,}4456$

g Op $t = 2{,}4456$ is $N \approx 9375$.

Dus $g = \left(\frac{9375}{938}\right)^{\frac{1}{2{,}4456}} \approx 2{,}56$.

De formule is $N = 938 \cdot 2{,}56^t$.

h Voor $t = 1$ geeft het logistische model $N = 2799$ en het exponentiële model $N = 2401$.

De afwijking is $2799 - 2401 = 398$, dat is $\frac{398}{2799} \times 100\% \approx 14{,}2\%$.

bladzijde 96

50 **a** Invullen van $t = 0$ en $N = 25$ geeft $\frac{1000}{1 + b \cdot 0{,}65^0} = 25$.

Dus $\frac{1000}{1+b} = 25$

$1 + b = \frac{1000}{25}$

$b = 39$

b De grenswaarde van $N = \frac{1000}{1 + 39 \cdot 0{,}65^t}$ is 1000.

$\frac{1000}{1 + 39 \cdot 0{,}65^t} = 500$

$1 + 39 \cdot 0{,}65^t = 2$

$39 \cdot 0{,}65^t = 1$

$0{,}65^t = \frac{1}{39}$

$t = \frac{\log(\frac{1}{39})}{\log(0{,}65)}$

$t \approx 8{,}5$

Dus na 8,5 maanden gaat de toenemende stijging over in afnemende stijging.

51 **a**

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N^*	65,5	38,1	23,6	14,1	8,5	5,1	3,05	1,83	1,10	0,658

t	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
N^*	0,397	0,238	0,143	0,085	0,051	0,031	0,0184	0,0106	0,0061	0,0045

b Op $t = 0$ is $N^* = 65{,}5$ en de quotiënten zijn allemaal ongeveer 0,6.

bladzijde 97

52 **a**

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80
N^*	51,4	38,1	28,5	20,9	15,4	11,4	8,35	6,17	4,54

t	90	100	110	120	130
N^*	3,35	2,47	1,83	1,35	0,99

De quotiënten zijn ongeveer 0,74, 0,75, 0,73, 0,74, 0,74, 0,73, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74 en 0,73.

Dus $g^{10} \approx 0{,}74$ en $g \approx 0{,}74^{\frac{1}{10}} \approx 0{,}97$.

Op $t = 0$ is $N^* = 51{,}4$, dus de formule is $N^* = 51{,}4 \cdot 0{,}97^t$.

b Uit $N^* = \frac{215 - N}{N}$ en $N^* = 51{,}4 \cdot 0{,}97^t$ volgt $N = \frac{215}{1 + 51{,}4 \cdot 0{,}97^t}$.

c Bij 1970 hoort $t = 180$.

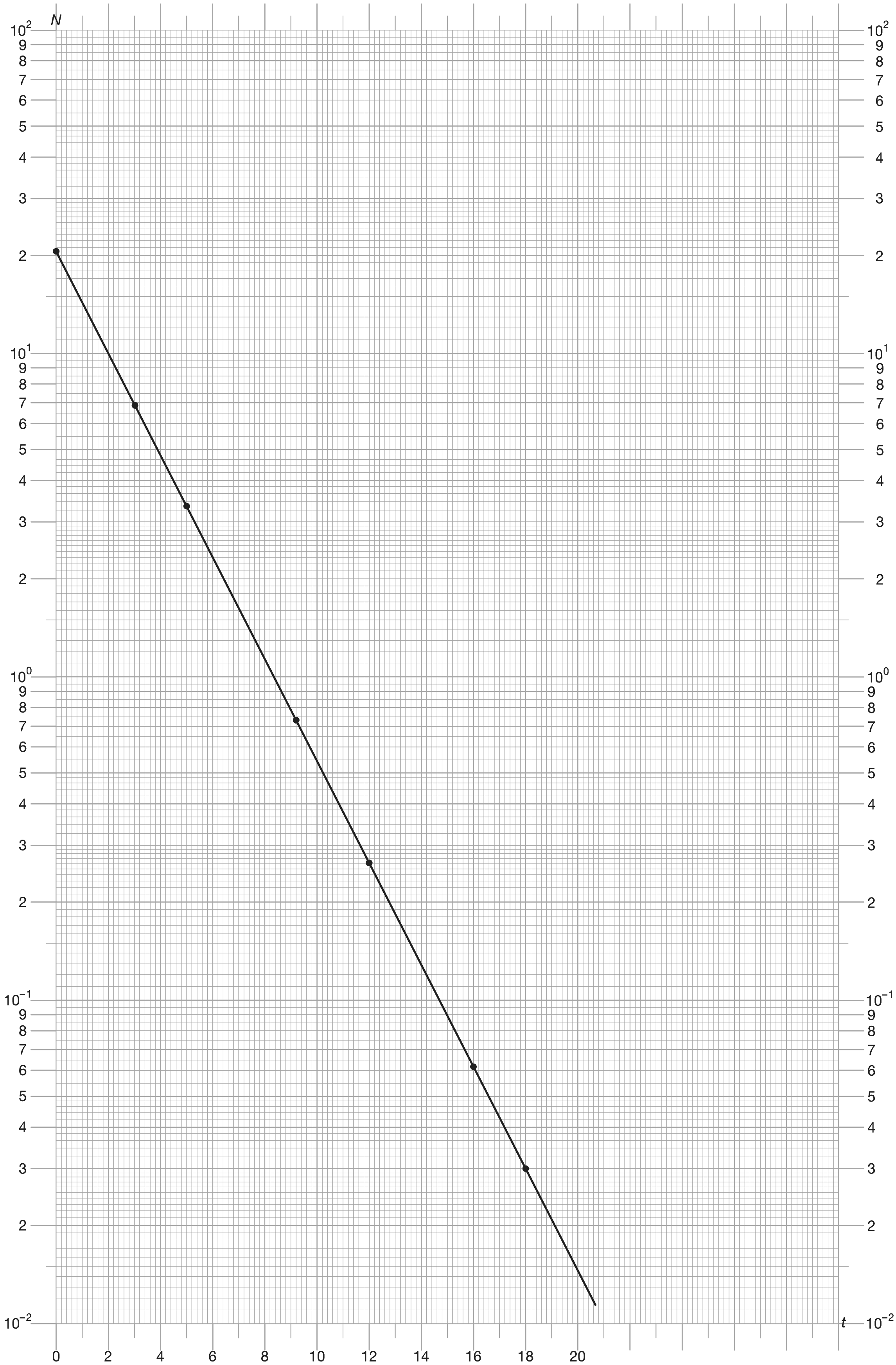
$t = 180$ geeft $N \approx 177$.

Afwijking $= \frac{177 - 203}{203} \cdot 100\% \approx -12{,}8\%$.

Dus het model komt 12,8% te laag uit.

53 **a**

t	0	3	5	9	12	16	18
N^*	20,4	6,89	3,35	0,807	0,277	0,0638	0,0345



Een rechte lijn op logaritmisch papier, dus N^* neemt exponentieel af.

b $N^* = a \cdot g^t$

$g^{18} = \dfrac{0{,}035}{20{,}4}$ geeft $g = \left(\dfrac{0{,}035}{20{,}4}\right)^{\frac{1}{18}} \approx 0{,}70$

$t = 0$ en $N^* = 20{,}4$, dus $N^* = 20{,}4 \cdot 0{,}70^t$

$$\left.\begin{array}{l} N^* = \dfrac{1500 - N}{N} \\ N^* = 20{,}4 \cdot 0{,}70^t \end{array}\right\} N = \dfrac{1500}{1 + 20{,}4 \cdot 0{,}70^t}$$

c Voer in $y_1 = \dfrac{1500}{1 + 20{,}4 \cdot 0{,}70^x}$ en $y_2 = 1490$.
De optie intersect geeft $x \approx 22{,}5$.
Na 23 maanden zijn er meer dan 1490 ratten.

d Maak een tabel op je GR.

t	5	6	7	8	9	10
N	338	441	560	689	823	952

De toename per maand is maximaal $823 - 689 = 134$ ratten.
Dat is gemiddeld meer dan 30 per week, dus er is minimaal één week met een toename van meer dan 30 ratten.

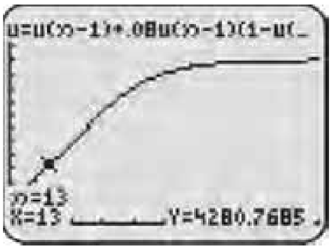
54 **a** Bij een toename van 10% per jaar hoort een groeifactor 1,10 per jaar.
Dus $P_t = 1{,}10 \cdot P_{t-1}$.
$P_0 = 5000$ is de beginwaarde.

b $P_t = 1{,}10P_{t-1}$
$P_t = P_{t-1} + 0{,}1P_{t-1}$
$P_t - P_{t-1} = 0{,}1P_{t-1}$
Dus $a = 0{,}1$.

bladzijde 99

55 **a** De grenswaarde is 12 000.

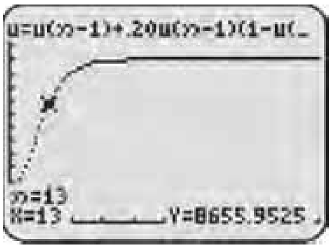
b



$P_{13} \approx 4281$
$P_{20} \approx 5901$

c Kijk in de tabel.
$t = 49$ geeft $P \approx 10\,938$
$t = 50$ geeft $P \approx 11\,015$
Dus vanaf $t = 50$.

d



$P_{13} \approx 8656$
$P_{20} \approx 11\,050$
Kijk in de tabel.
$P_{19} \approx 10\,840$
$P_{20} \approx 11\,050$
Dus vanaf $t = 20$.

e Kijk in de tabel.
$P_{99} \approx 10\,966$ en $P_{100} \approx 11\,004$, dus vanaf $t = 100$.

f Bij een grotere groeivoet wordt de grenswaarde sneller benaderd.

56 **a** Kijk in de tabel
$P_{43} \approx 1994{,}5$ en $P_{44} \approx 1996{,}1$, dus vanaf $t = 44$.

b $P_t = P_{t-1} + 0{,}3 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{50}\right)$

c Bijvoorbeeld $P_t = P_{t-1} + 0{,}1 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{50}\right)$.

bladzijde 100

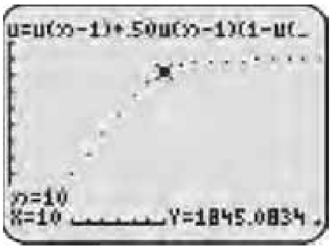
57 De grenswaarde is 25, dus $P_t = P_{t-1} + k \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{25}\right)$ met $P_0 = 2$.
Na enig proberen vind je dat $k = 0{,}25$ voldoet,
dus $P_t = P_{t-1} + 0{,}25 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{25}\right)$ met $P_0 = 2$.

58 **a** De grenswaarde is 1035 met $P_0 = 14$, dus
$P_t = P_{t-1} + k \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{1035}\right)$ met $P_0 = 14$.
Proberen met de GR geeft $k = 0{,}18$, dus
$P_t = P_{t-1} + 0{,}18 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{1035}\right)$ met $P_0 = 14$.

b Bij $k = 0{,}18$ is er op $t = 40$ geen afwijking.

59 **a** $G = 2000$, $P_0 = 150$ en $k = 0{,}5$ dus
$P_t = P_{t-1} + 0{,}5 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{2000}\right)$ met $P_0 = 150$.

b



Kijk in de tabel.
$P_9 \approx 1727$ en $P_{10} \approx 1845$, dus vanaf $t = 10$.

c Kijk in de tabel.
$P_{13} \approx 1978$ en $P_{14} \approx 1989$, dus vanaf $t = 14$.

d $P_t = P_{t-1} + 0{,}5 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{5000}\right)$ met $P_0 = 150$.
Kijk in de tabel.
$P_{16} \approx 4965$ en $P_{17} \approx 4982$, dus vanaf $t = 17$.

60 **a** 80% van 20000 is 16000, dus $G = 16000$.
$N_t = N_{t-1} + 0{,}4 \cdot N_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{N_{t-1}}{16000}\right)$ met $N_0 = 1500$.

b Bij 5 maart hoort $t = 4$.
De tabel geeft $N_4 \approx 4800$, dus 4800 mensen.

c De tabel geeft $N_{12} \approx 14874$ en $N_{13} \approx 15923$.
Bij $t = 13$ hoort 14 maart.

bladzijde 101

61 **a** $P_t = P_{t-1} + 0{,}4 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{20}\right) = P_{t-1} + 0{,}4P_{t-1} - \dfrac{0{,}4}{20}P_{t-1}^2 = 1{,}4P_{t-1} - 0{,}02P_{t-1}^2$

Dus $a = 1{,}4$ en $b = 0{,}02$.

b Eerste orde: alleen termen met P_{t-1} en niet met bijvoorbeeld P_{t-2}.
Kwadraat: er komt een term met P_{t-1}^2 voor.

62 $P_t = y$ en $P_{t-1} = x$, dus $y = x + 0{,}4x\left(1 - \dfrac{x}{200}\right)$

$$y = x + 0{,}4x - \frac{0{,}4}{200}x^2$$
$$y = 1{,}4x - 0{,}002x^2$$
$$y = -0{,}002x^2 + 1{,}4x$$

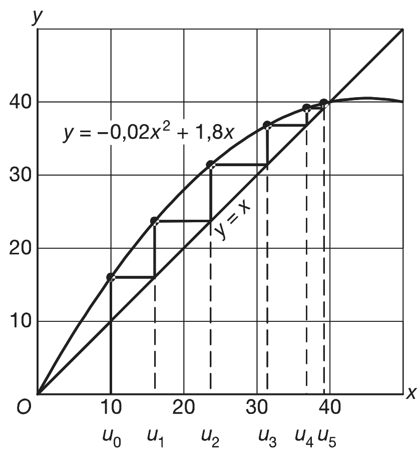
bladzijde 102

63 In $P_t = P_{t-1} + 0{,}5 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{20}\right)$ is de grenswaarde 20.

64 **a** $y = x + 0{,}8x\left(1 - \dfrac{x}{40}\right) = x + 0{,}8x - \dfrac{0{,}8}{40}x^2 = 1{,}8x - 0{,}02x^2$

b De GR geeft als top van de parabool het punt (45; 4,05).

x	0	10	20	30	40
y	0	16	28	26	40



c Uit de differentievergelijking volgt dat $\overline{P} = 40$.

65 **a** Los op $-0{,}004x^2 + 1{,}5x = x$

$$-0{,}004x^2 + 0{,}5x = 0$$
$$x(-0{,}004x + 0{,}5) = 0$$
$$x = 0 \ \vee\ -0{,}004x + 0{,}5 = 0$$
$$x = 0 \ \vee\ -0{,}004x = -0{,}5$$
$$x = 0 \ \vee\ x = \frac{-0{,}5}{-0{,}004} = 125$$

Dus $\overline{P} = 125$.

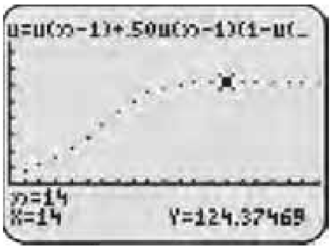
b Uit $P_t = P_{t-1} + k \cdot P_{t-1}\left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{G}\right)$ volgt

$P_t = (1 + k)P_{t-1} - \dfrac{k}{G} \cdot P_{t-1}^2$ (zie het informatief bovenaan de bladzijde).

En dus $y = (1 + k)x - \dfrac{k}{G} \cdot x^2$.
Hier is $1 + k = 1{,}5$ en dus $k = 0{,}5$.
Verder is $G = \overline{P} = 125$.

Zo krijg je $P_t = P_{t-1} + 0{,}5 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{125}\right)$ met $P_0 = 10$.

c $k = 0{,}5$ en $G = 125$ (zie vraag b).

d 

$P_{13} \approx 123{,}7$ en $P_{14} \approx 124{,}4$, dus vanaf $t = 14$.

66 **a** $N_t = N_{t-1} + 0{,}2 \cdot N_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{N_{t-1}}{12000}\right)$ met $N_0 = 800$

b Bij 29 maart hoort $t = 28$.
$N_{28} \approx 11\,427$, dus 11 427 mensen.

c Uit de tabel volgt $N_{21} \approx 9757$ en $N_{22} \approx 10\,122$.
Bij $t = 22$ hoort 23 maart.
Dus op 23 maart.

d $y = x + 0{,}2x\left(1 - \dfrac{x}{12000}\right) = x + 0{,}2x - \dfrac{0{,}2}{12000}x^2 \approx 1{,}2x - 0{,}000017x^2$

De formule is $y = 1{,}2x - 0{,}000017x^2$.

11.5 Diagnostische toets

bladzijde 104

1 **a** $\left.\begin{array}{l} R = aq \\ q = 150 \text{ en } R = 375 \end{array}\right\}$ $375 = a \cdot 150$

$\dfrac{375}{150} = a$

$a = 2{,}5$

Dus $R = 2{,}5q$.
$q = 240$ geeft $R = 2{,}5 \cdot 240 = 600$

b $\left.\begin{array}{l} F \cdot s = a \\ s = 20 \text{ en } F = 40 \end{array}\right\}$ $40 \cdot 20 = a$

$800 = a$

$F \cdot s = 800$, ofwel $F = \dfrac{800}{s}$

$s = 50$ geeft $F = \dfrac{800}{50} = 16$

2 $\left.\begin{array}{l} y = ax^{2{,}1} \\ \text{voor } x = 10 \text{ is } y = 1000 \end{array}\right\}$ $1000 = a \cdot 10^{2{,}1}$

$\dfrac{1000}{10^{2{,}1}} = a$

$a \approx 7{,}94$

Dus $y = 7{,}94 \cdot x^{2{,}1}$
Voer in $y_1 = 7{,}94x^{2{,}1}$ en $y_2 = 2000$.
De optie intersect geeft $x \approx 13{,}9$.
Dus $b \approx 13{,}9$.

3 **a** N is evenredig met $p^{0{,}55}$, dus $N = a \cdot p^{0{,}55}$.
Voor $p = 10$ is $N = 20$, dus $20 = a \cdot 10^{0{,}55}$

$\dfrac{20}{10^{0{,}55}} = a$

$a \approx 5{,}64$

De formule is $N = 5{,}64 \cdot p^{0{,}55}$.

b $p = 25$ geeft $N = 5{,}64 \cdot 25^{0{,}55} \approx 33$

c $N = 100$ geeft $100 = 5{,}64 \cdot p^{0{,}55}$
Voer in $y_1 = 5{,}64 \cdot x^{0{,}55}$ en $y_2 = 100$.
De optie intersect geeft $x \approx 186$.
Dus $p \approx 186$.

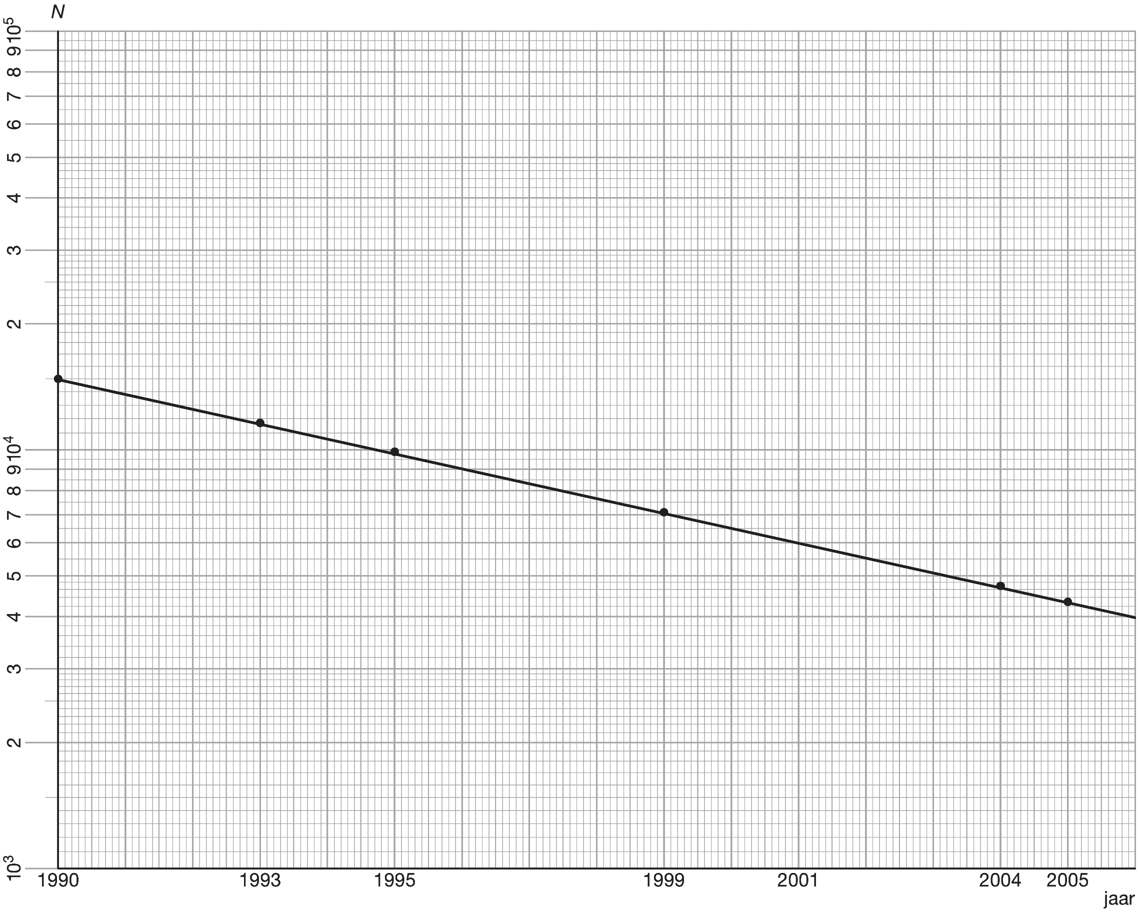
4 K is omgekeerd evenredig met r^3, dus $K = \dfrac{a}{r^3}$.

Voor $r = 6$ is $K = 0{,}5$ dus $0{,}5 = \dfrac{a}{6^3}$

$a = 0{,}5 \cdot 6^3 = 108$

De formule is $K = \dfrac{108}{r^3}$.

5 **a**



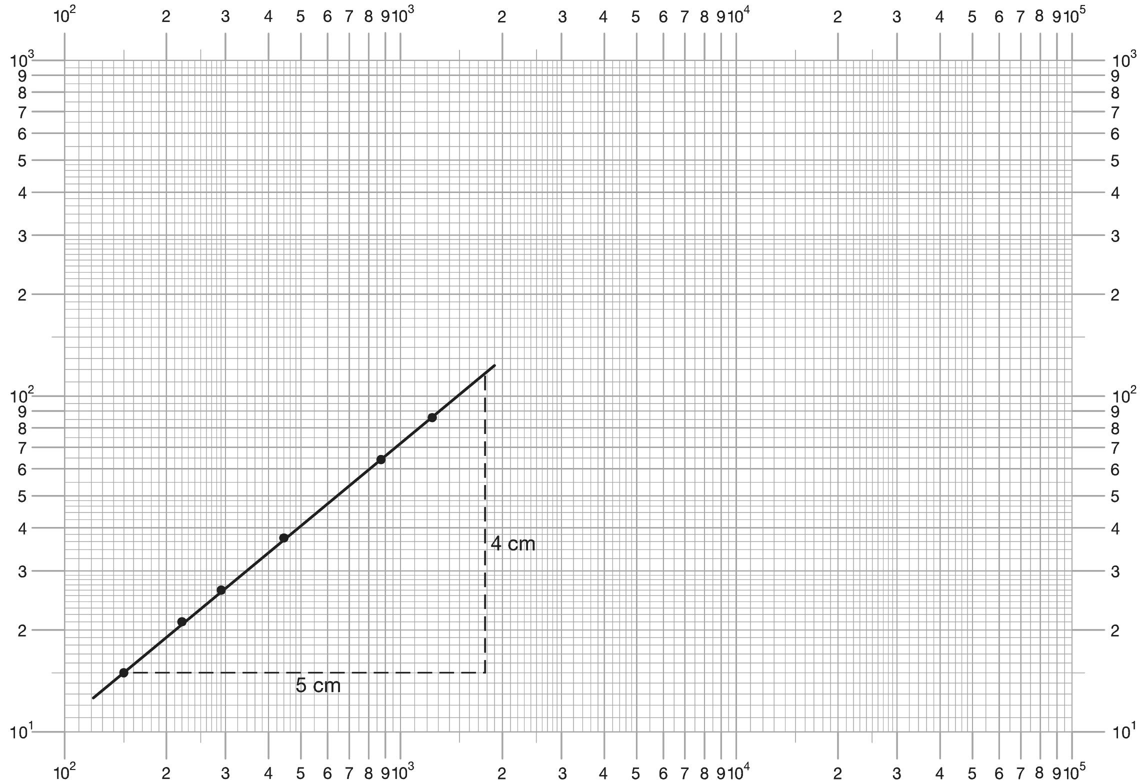
b Rechte lijn op logaritmisch papier dus $N = b \cdot g^t$.

Lijn door (0, 15 000) en 15, 4300), dus $g_{15\text{ jaar}} = \dfrac{4300}{15000}$.

$g_{\text{jaar}} = \left(\dfrac{4300}{15000}\right)^{\frac{1}{15}} \approx 0{,}920$

Op $t = 0$ is $N = 15\,000$, dus $b = 15\,000$.
Dus $N = 15\,000 \cdot 0{,}920^t$.

6



Stel $D = a \cdot L^n$ met $n = \text{rc} \approx \dfrac{4}{5} = 0{,}8$.

$$\left.\begin{array}{l} D = a \cdot L^{0,8} \\ L = 150 \text{ en } D = 15 \end{array}\right\} \; 15 = a \cdot 150^{0,8}$$

$$a = \frac{15}{150^{0,8}} \approx 0{,}27$$

Dus $D = 0{,}27 \cdot L^{0,8}$.

bladzijde 105

7 $L_{\text{Jan}} = 78$ geeft $10\log\left(\dfrac{I_{\text{Jan}}}{I_0}\right) = 78$

$$\log\left(\frac{I_{\text{Jan}}}{I_0}\right) = 7{,}8$$

$$\frac{I_{\text{Jan}}}{10^{-12}} = 10^{7,8}$$

$$I_{\text{Jan}} = 10^{-4,2} \text{ W/m}^2$$

$L_{\text{Harm}} = 80$ geeft $10\log\left(\dfrac{I_{\text{Harm}}}{I_0}\right) = 80$

$$\log\left(\frac{I_{\text{Harm}}}{I_0}\right) = 8$$

$$\frac{I_{\text{Harm}}}{10^{-12}} = 10^{8}$$

$$I_{\text{Harm}} = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$L_{\text{Gerrit}} = 81$ geeft $10\log\left(\dfrac{I_{\text{Gerrit}}}{I_0}\right) = 81$

$$\log\left(\frac{I_{\text{Gerrit}}}{I_0}\right) = 8{,}1$$

$$\frac{I_{\text{Gerrit}}}{10^{-12}} = 10^{8,1}$$

$$I_{\text{Gerrit}} = 10^{-3,9} \text{ W/m}^2$$

$I_{\text{totaal}} = 10^{-4,2} + 10^{-4} + 10^{-3,9}$ W/m^2

$$L_{\text{totaal}} = 10\log\left(\frac{10^{-4,2} + 10^{-4} + 10^{-3,9}}{10^{-12}}\right) \approx 85 \text{ dB}$$

Het geluidsniveau van de drie brommers samen is 85 dB.

8 **a** $g_{\text{maand}} = 1{,}002$

$1{,}002^T = 2$

$T = {}^{1{,}002}\log(2) = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}002)} \approx 347$ maanden ≈ 29 jaar

Dus de verdubbelingstijd is 29 jaar.

b $g_{\text{week}} = 0{,}8$

$0{,}8^T = \frac{1}{2}$

$T = {}^{0{,}8}\log(\frac{1}{2}) = \dfrac{\log(\frac{1}{2})}{\log(0{,}8)} \approx 3{,}1$ weken ≈ 22 dagen.

De halveringstijd is 22 dagen.

9 $g_{32\text{ dagen}} = \frac{1}{2}$

$g_{\text{dag}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{32}} \approx 0{,}979$

De afname is 2,1% per dag.

10 **a** $G = \frac{1}{4} \cdot 50\,000 = 12\,500$, dus $Z = \dfrac{12500}{1 + a \cdot b^t}$.

$t = 0$ geeft $Z = 300$, dus $\dfrac{12500}{1 + a \cdot b^0} = 300$

$$\frac{12500}{1+a} = 300$$

$$1 + a = \frac{12500}{300}$$

$$a \approx 40{,}7$$

Dit geeft $Z = \dfrac{12500}{1 + 40{,}7 \cdot b^t}$.

$t = 1$ geeft $Z = 1000$, dus $\dfrac{12500}{1 + 40{,}7 \cdot b^1} = 1000$

$$1 + 40{,}7b = \frac{12500}{1000}$$

$$b \approx 0{,}283$$

b Fout in leerboek, 40% moet 10% zijn.

10% van 50 000 is 5000.

Dus $\dfrac{12500}{1 + 40{,}7 \cdot 0{,}283^t} = 5000$

$1 + 40{,}7 \cdot 0{,}283^t = 2{,}5$

$40{,}7 \cdot 0{,}283^t = 1{,}5$

$0{,}283^t \approx 0{,}0369$

$t \approx \dfrac{\log(0{,}0369)}{\log(0{,}283)} \approx 2{,}61$

Dus na 2,61 weken ≈ 18 dagen.

11 **a** $P_t = P_{t-1} + 0{,}2 \cdot P_{t-1} \cdot \left(1 - \dfrac{P_{t-1}}{5000}\right)$ met $P_0 = 100$

b $P_{31} \approx 4481$ en $P_{32} \approx 4574$, dus vanaf $t = 32$.

c $P_{49} \approx 4989$ en $P_{50} \approx 4991$, dus vanaf $t = 50$.

d Proberen geeft $k = 0{,}25$.

Bij $k = 0{,}25$ is $P_{39} \approx 4989$ en $P_{40} \approx 4992$.

12 Parabool $y = x + 0{,}4x\left(1 - \frac{x}{100}\right) = x + 0{,}4x - \frac{0{,}4}{100}x^2 = -0{,}004x^2 + 1{,}4x$.
De parabool heeft de top (175; 122,5).

x	0	25	50	75	100	125
y	0	32,5	60	82,5	100	112,5